

# OMC.sudoku

## Sudoku-Lösungswege

Version 10.9

### Inhalt

<b>Spielfeld</b> .....	<b>2</b>
<b>Sudoku-Lösungswege</b> .....	<b>3</b>
Einziges im Feld .....	3
Einziges Position .....	3
Quadranten .....	3
Reihen/Spalten.....	4
Kreuzzahlen .....	5
Feld-Gruppen .....	5
Zahlen-Gruppen .....	6
Brute Force.....	6
<b>Schwierigkeitsgrade</b> .....	<b>7</b>
<b>Sudoku-Hintergründe</b> .....	<b>7</b>
Wie viele mögliche Lösungsbilder gibt es? .....	7
Wie viele Zahlen müssen in einem Sudoku mindestens vorgegeben sein? .....	7

## Spielfeld

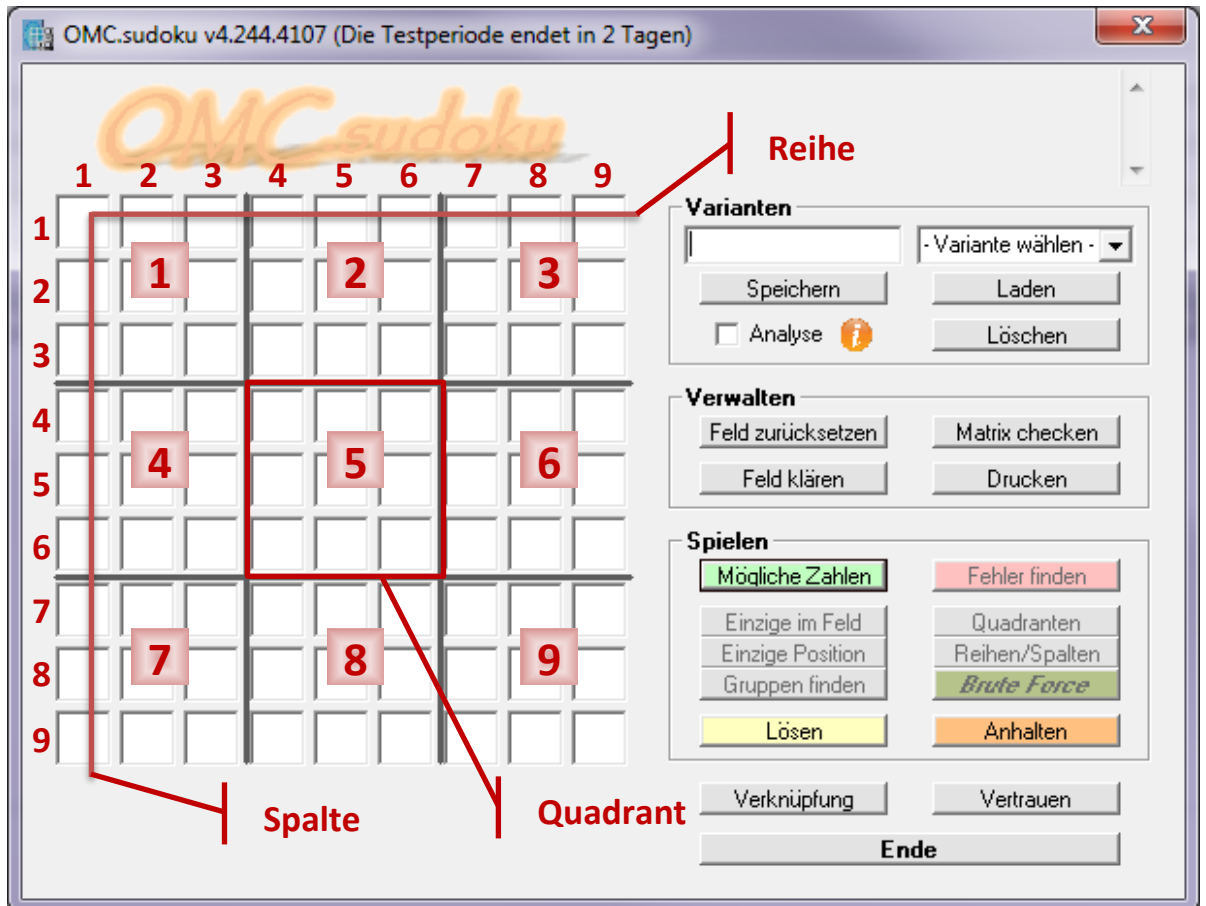
Nach dem Programmstart werden Sie nach der gewünschten Spielfeldgröße gefragt.

Das klassische Spielfeld besteht aus 9 Reihen, 9 Spalten und 9 Quadranten in denen jeweils die Zahlen 1 bis 9 genau einmal vorkommen dürfen und müssen.

Es können aber auch andere Spielfeldvarianten (Matrix 4x4, 9x9, 16x16 oder 25x25) gewählt werden.



Der Aufbau des Spielfeldes:



## Sudoku-Lösungswege

### Einziges im Feld

Sucht nach Feldern in denen genau eine Zahl möglich ist. Werden solche Felder gefunden, werden sie **gelb** hervorgehoben und die Zahlen eingetragen.

Benachbarte Felder in denen die gefundene Zahl daraufhin nicht mehr möglich ist, werden **grün** hervorgehoben.

Im *Beispiel*<sup>1</sup> wurden die **Zahl 9** und die **Zahl 1** im 5. Quadranten (Felder Reihe 5, Spalte 5 und Reihe 6, Spalte 5) als einzige noch mögliche gefunden.

In den benachbarten Feldern der **Spalte 5** konnten sie somit ausgeschlossen werden.

➔ Bei aktivierter Analyse-Option wird die Suche nach dem ersten Treffer angehalten.

	1		3
3	6	5	
8	9	7	
2	1	4	
6		2	

### Einziges Position

Sucht nach Zahlen die in einer Reihe, Spalte oder einem Quadranten nur an einer Stelle vorkommen können. Werden solche Zahlen gefunden, werden die betroffenen Felder **gelb** hervorgehoben und die Zahlen eingetragen.

Im *Beispiel* ist die **Zahl 5** im **Spalte 2** nur an einer Position (Reihe 2) möglich. Da sich daraus auch für das Nachbarfeld eine Änderung ergibt (die 5 ist nun im 1. Quadranten nicht mehr möglich), wird dieses **grün** hervorgehoben.

➔ Bei aktivierter Analyse-Option wird die Suche nach dem ersten Treffer angehalten.

			4
	5	6	
	8		1
	1		3

### Quadranten

Sucht Quadranten in denen eine bestimmte Zahl nur in einer Spalte oder Reihe vorkommen kann und schließt diese Zahl in derselben Spalte oder Reihe in benachbarten Quadranten aus.

Die betroffene Spalte bzw. Reihe und der Quadrant sowie die Anzahl Treffer werden in der **Statusanzeige** beschrieben.

Im **1. Beispiel** gab es mehrere Treffer.

Der **erste Treffer** zeigt an, dass die **Zahl 8 im 2. Quadranten nur in der Reihe 2** (der zweiten Reihe des Quadranten) vorkommen kann.

Folglich darf die Zahl 8 weder im 1. noch im 3. Quadranten in dieser Reihe stehen, da das Rätsel sonst nicht mehr zu lösen wäre.

Im 1. Quadranten steht bereits eine 8, also ändert sich dort nichts (*Die Hervorhebung des Feldes Reihe 2, Spalte 1 ergibt sich aus dem zweiten und dritten Treffer*).

Im 3. Quadranten wurde die 8 bisher als möglich identifiziert, daher wird hier der Ausschluss signalisiert.

Der **zweite Treffer** zeigt an, dass auch die **Zahl 9 nur in der zweiten Reihe des zweiten Quadranten** vorkommen kann. Also wird die Zahl 9 ebenfalls in der Reihe 2 der Quadranten 1 und 3 ausgeschlossen.

<sup>1</sup> Alle Beispiele könne mithilfe der mitgelieferten Spiel-Variante „OMC“ nachvollzogen werden.

Das **2. Beispiel** zeigt dieselbe Situation, allerdings mit aktivierter **Analyseoption**.

Dank der Analyseoption wurde die Suche nach dem ersten Treffer abgebrochen. Dadurch ist eine Schritt-für-Schritt-Analyse möglich mit deren Hilfe der Lösungsweg für ein Rätsel detailliert ermittelt und nachvollzogen werden kann.

Felder in denen eine Zahl ausgeschlossen wurde, werden **grün** hervorgehoben. Führen mehrere Treffer zum Ausschluss mehrerer Zahlen, erscheint die Hervorhebung **dunkler**.

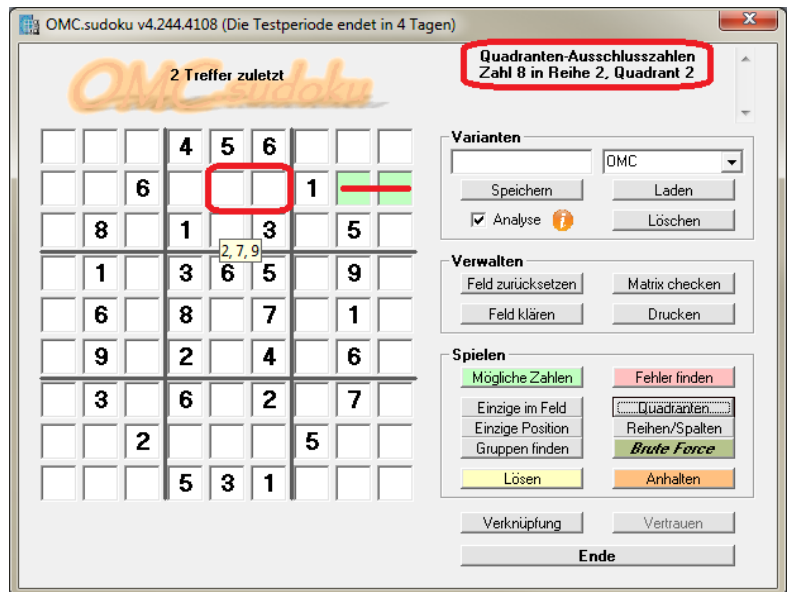
Im **1. Beispiel** werden die Zahlen

**8 (1. Treffer)** und

**9 (2. Treffer)**

in der **9. Spalte** der **2. Zeile** ausgeschlossen (**dunkelgrün**).

In der **8. Spalte** hingegen wird nur die **8** aufgrund des **1. Treffers** ausgeschlossen (**hellgrün**).



## Reihen/Spalten

Sucht Reihen und/oder Spalten in denen eine Zahl nur innerhalb eines einzigen Quadranten vorkommen kann.

Wird eine solche Reihe/Spalte gefunden, kann im betroffenen Quadranten an keiner anderen Stelle diese Zahl stehen, da das Rätsel sonst nicht mehr zu lösen wäre.

Im **Beispiel** kann die **Zahl 8** der **1. Reihe** ausschließlich im **3. Quadranten** stehen.

Folglich darf sie in der zweiten und dritten Reihe des Quadranten nicht sein. Die betroffenen Felder wurden hervorgehoben.



Dasselbe **Beispiel** mit aktivierter **Analyseoption**:



## Kreuzzahlen

Sucht Zahlen die in mehreren Reihen oder Spalten nur an derselben Stelle (Spalte/Reihe) vorkommen können. Da diese Zahlen in den gefundenen Reihen/Spalten „benötigt“ werden, können sie an anderen Positionen der betroffenen Spalten/Reihen ausgeschlossen werden.

In diesem *Beispiel*, bei deaktivierter **Analysefunktion** und aufgeklappter **Statusanzeige**, gab es mehrere Treffer:

Die **Zahl 9** kann in **Spalte 4** und in **Spalte 6** nur an jeweils 2 Positionen in denselben 2 Reihen stehen. Daraus ergibt sich eine „Über-Kreuz-Abhängigkeit“.

In jedem Fall muss eine 9 in der **2. Reihe** und in der **8. Reihe** in einer der beiden Spalten stehen. Folglich kann die 9 an keiner anderen Position der beiden Reihen möglich sein und somit ausgeschlossen werden.

## Feld-Gruppen

Sucht Feldgruppen in einer Reihe, Spalte oder einem Quadranten.

Eine Feldgruppe ist eine Gruppe von Feldern in denen exakt ebenso vielen Zahlen vorkommen können, wie die Gruppe Felder enthält. Da die Zahlen in der Gruppe für die betroffenen Felder „benötigt“ werden, können sie in den restlichen Feldern der Reihe, Spalte oder des Quadranten nicht mehr vorkommen und somit ausgeschlossen werden.

Im *ersten Beispiel* wurden bei aktivierter Analyse-Option zwei Felder im 7. Quadranten gefunden in denen ausschließlich die beiden **Zahlen 4** und **7** vorkommen können. Wäre nun beispielsweise die **4** in einem der fünf verbleibenden Felder, könnte in den beiden gefundenen Feldern nur noch die **9** vorkommen. Das Rätsel wäre dann nicht lösbar.

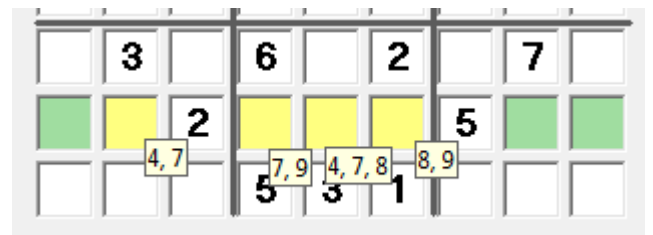
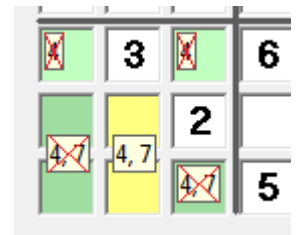
Im *zweiten Beispiel* wurden in der 8. Reihe vier Felder gefunden in denen nur die Zahlen **4, 7, 8** und **9** vorkommen können (Vier Zahlen für vier Felder). Folglich kann keine dieser Zahlen in einem der verbleibenden drei Felder vorkommen.

Zahlen-Gruppen liefern also noch keine Lösung für ein bestimmtes Feld, sondern nur für eine Gruppe von Feldern und schließen dadurch einzelne Zahlen für benachbarte Felder aus, was dann wieder Hinweise für weitere Lösungsschritte ergeben kann.

Gruppenfelder werden **gelb** hervorgehoben, Felder in denen aufgrund einer Gruppe Zahlen ausgeschlossen werden konnten, werden **grün** hervorgehoben.

Führen mehrere Treffer zum Ausschluss mehrerer Zahlen, erscheint die Hervorhebung **dunkler**.

→ *Erstes Beispiel*: In Reihe 7 war die **Zahl 7** bereits vorhanden, es konnte also nur noch die **Zahl 4** ausgeschlossen werden (**hellgrün** hervorgehoben), in den restlichen Feldern konnten beide Zahlen ausgeschlossen werden (**dunkelgrün** hervorgehoben).



## Zahlen-Gruppen

Sucht Zahlengruppen in einer Reihe, Spalte oder einem Quadranten.

Eine Zahlengruppe ist eine Gruppe von Zahlen die in exakt denselben und ebenso vielen Feldern vorkommen können, wie die Gruppe Zahlen enthält. Da die Felder der Gruppe für die betroffenen Zahlen „benötigt“ werden, können andere Zahlen in diesen Feldern nicht mehr vorkommen und somit ausgeschlossen werden.

Im *Beispiel* wurden im **Quadranten 7** und in der **8. Reihe** Zahlengruppen gefunden.

Die **Statusanzeige** zeigt die Details:

**Zahlengruppen**

- 1 - 5 - 6 - 8 - 9 - in Quadrant 7  
(R7/S1:4 - R7/S3:4 - R8/S1:4,7 - R9/S1:4,7 - R9/S3:4,7)

- 1 - 6 - in Reihe 8  
(S1:8,9 - S9:3,4,8,9)

OMC.sudoku v7.0.1 (lizenziiert für MaHumba)

14 Treffer zuletzt

**Zahlengruppen**

- 1 - 5 - 6 - 8 - 9 - in Quadrant 7  
(R7/S1:4 - R7/S3:4 - R8/S1:4,7 - R9/S1:4,7 - R9/S3:4,7)

- 1 - 6 - in Reihe 8  
(S1:8,9 - S9:3,4,8,9)

Im **Quadranten 7** wurden fünf Zahlen (**1, 5, 6, 8 und 9**) gefunden, die ausschließlich in denselben fünf Feldern liegen können. Da dies Felder also für die gefundene Zahlengruppe benötigt werden, können alle anderen Zahlen (hier **4 und 7**) darin ausgeschlossen werden.

In **Reihe 8** wurden zwei Zahlen (**1 und 6**) gefunden die ausschließlich in denselben beiden Feldern liegen können. In diesen Feldern konnten daher die Zahlen **3, 4, 8 und 9** ausgeschlossen werden.

In Summe gab es 14 Treffer (**14 Zahlen** konnten ausgeschlossen werden).

## Brute Force

Die Methode der „rohen Gewalt“ hilft dann, wenn alle anderen Methoden erschöpft sind, ein Rätsel also mit den vorher beschriebenen Methoden nicht mehr zu lösen ist.

Bei dieser Methode wird eine Exhaustionsstrategie angewendet. Es wird die nächste scheinbar mögliche Zahl eingesetzt und probiert das Rätsel zu lösen.

Falls das Rätsel mit dieser Zahl unlösbar wird, wird die versuchte Zahl als nicht möglich ausgeschlossen und die nächste noch mögliche probiert.

Falls das Rätsel mit dieser Zahl immer noch nicht gelöst werden kann, wird im nächsten freien Feld eine weitere Zahl probiert.

Dieses Vorgehen wird solange wiederholt bis das Rätsel entweder gelöst oder als unlösbar identifiziert wurde.

Bei gefundener Lösung werden die erste und die letzte probierhalber eingesetzte Zahl **gelb** hervorgehoben.

Falls es für ein Rätsel mehrere Lösungen gibt, wird die erste gefundene angezeigt.

Rätsel mit Brut Force gelöst  
Laufzeit: 0 Minuten und 0,078125 Sekunden

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	1	4	3	6	5	8	9	7
3	6	5	8	9	7	2	1	4
8	9	7	2	1	4	3	6	5
5	3	1	6	4	2	9	7	8
6	4	2	9	7	8	5	3	1
9	7	8	5	3	1	6	4	2

## Schwierigkeitsgrade

OMC-Sudoku unterscheidet acht Schwierigkeitsgrade (LoD – Level of Difficulty), abhängig von den erforderlichen Lösungsschritten.

Die unterschiedlichen Lösungsschritte beziehungsweise Lösungswege sind im Kapitel **Sudoku-Lösungswege** ab Seite **3** beschrieben.

Lösungsweg LoD	Einzige im Feld	Einzige Position	Quadranten	Reihen/Spalten	Feld-Gruppen	Kreuzzahlen	Zahlen-Gruppen
<b>Einfach</b>	MUSS	-	-	-	-	-	-
<b>Mittel</b>	Kann	MUSS	-	-	-	-	-
<b>Schwer</b>	Kann	Kann	1 von 2	1 von 2	-	-	-
<b>Sehr Schwer</b>	Kann	Kann	2 von 5	2 von 5	2von5   1von3	2von5   1von3	2von5   1von3
<b>Extra Schwer</b>	Kann	Kann	MUSS	MUSS	1 von 3	1 von 3	1 von 3
<b>Ultra Schwer</b>	Kann	Kann	>=3 von 5	>=3 von 5	>=3 von 5	>=3 von 5	>=3 von 5
<b>Brute Exact</b>	Keine der konventionellen Methoden führt zu einer vollständigen Lösung. Es gibt <b>genau eine</b> Lösung.						
<b>Brute Force</b>	Keine der konventionellen Methoden führt zu einer vollständigen Lösung. Es gibt <b>mehrere</b> Lösungen.						

## Sudoku-Hintergründe

(→ <https://www.faz.net/aktuell/wissen/physik-mehr/mathematik-der-heilige-gral-der-sudokus-11682905.html>)

Sudoku kann manchmal recht leicht, aber auch mit stundenlanger Grübelei verbunden sein.

Je weniger Zahlen vorgegeben sind, desto schwerer ist ein Sudoku zu lösen.

Bei den Rätseln, die man in Zeitungen und Zeitschriften findet, sind es **meistens zwischen 25 und 30 Zahlen**, die es zu finden gilt.

### Wie viele mögliche Lösungsbilder gibt es?

Im Jahre 2005 haben Bertram Felgenhauer und Frazer Jarvis berechnet, dass es fast **6,7 Trilliarden verschiedene Möglichkeiten** gibt, die Zahlen von 1 bis 9 regelkonform auf die 81 Felder eines Sudoku-Rasters zu verteilen.

Allerdings gibt es unter diesen Lösungen Ähnlichkeiten. Sudokus weisen nämlich etliche Symmetrien auf. Man kann ein Sudoku drehen oder spiegeln, Zeilen oder Spalten einer Blockreihe vertauschen oder Zahlen gegeneinander auswechseln und erhält dennoch jedes Mal wieder gültige Sudokus.

Zählt man **alle symmetrischen Lösungen nur einmal**, bleiben von den 6,7 Trilliarden Möglichkeiten nur noch **5,5 Milliarden** übrig.

### Wie viele Zahlen müssen in einem Sudoku mindestens vorgegeben sein?

Der Statistiker Gary McGuire vom University College Dublin in Irland und die beiden Informatiker Bastian Tugemann und Gilles Civario haben die Antwort auf die Frage „*Wie viele Zahlen müssen in einem Sudoku mindestens vorgegeben sein*“ gefunden. Sie lautet „**17**“.

Es gibt etwa **34 Milliarden Möglichkeiten, aus einem Sudoku 16 Felder** auszuwählen. Mit Hilfe eines Computers überprüften die Wissenschaftler all diese Möglichkeiten für die 5,5 Milliarden verschiedenen Sudokus auf die Frage hin, ob sie zu einer eindeutigen Lösung führen. Sie haben keinen einzigen Fall gefunden. Damit war die Vermutung bewiesen, wie die drei Wissenschaftler in ihrem Artikel in der Online-Datenbank „arXiv“ berichten.

Die Methode ist zwar kein eleganter mathematischer Beweis und wird von vielen Mathematikern als unästhetisch empfunden, da sie auf einem Computer basiert. Aber sie wird akzeptiert, weil sie unbestritten das richtige Ergebnis liefert. Auch bei der Berechnung großer Primzahlen haben sich Rechner schließlich bewährt.

Nun wartet die nächste große Frage auf die Mathematiker: **Wie viele eindeutig lösbare Sudokus mit 17 vorgegebenen Zahlen gibt es nun tatsächlich?**